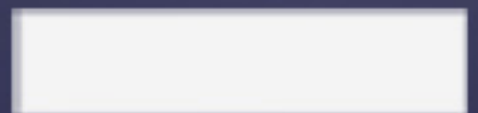
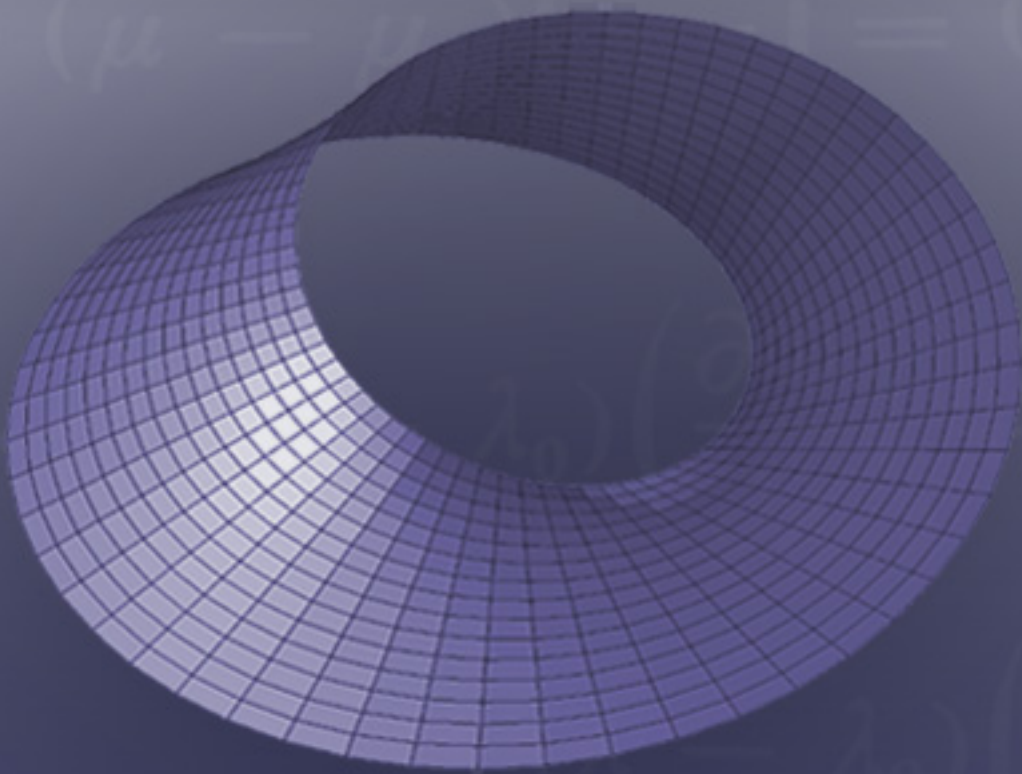


Ταξινόμηση 34 παραστάσεων της γέννησης της Παναγίας ή/και του προδρόμου με μεθόδους "Παραγοντικής ανάλυσης"



ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ 34 ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΤΗΣ ΓΕΝΝΗΣΗΣ
ΤΗΣ ΠΑΝΑΓΙΑΣ Η/ΚΑΙ ΤΟΥ ΠΡΟΔΡΟΜΟΥ ΜΕ ΜΕΘΟΔΟΥΣ
«ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ»*

Στή μελέτη αυτή επιχειρείται μιά ταξινόμηση 34 παραστάσεων με θέμα τή γέννηση τῆς Παναγίας ἢ/καί τοῦ Προδρόμου (βλ. παραπάνω, σ. 127 κ.έ.) χρησιμοποιώντας στατιστικές μεθόδους παραγοντικῆς ἀνάλυσης. Ἡ ταξινόμηση αὐτή βασίστηκε σέ ὀρισμένα μορφολογικά χαρακτηριστικά τους. Ἡ ἀνάλυση τοῦ πίνακα τῶν χαρακτηριστικῶν αὐτῶν μέ διαφορετικές μεθόδους ἐπιβεβαιώνει τή σταθερότητα τῶν ὁμαδοποιήσεων πού προτείνονται καί ἐπιτρέπει τόν προσδιορισμό τῶν χαρακτηριστικῶν, στά ὁποῖα κατά κύριο λόγο ὀφείλονται οἱ διαφοροποιήσεις μεταξύ τῶν ὁμάδων. Ἐτσι ἀποδεικνύεται ὅτι μιά ἀποτελεσματική ταξινόμηση τῶν εἰκόνων μπορεῖ νά βασιστεῖ σέ περιορισμένο ἀριθμό χαρακτηριστικῶν.

1. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ

Γιά τήν πραγματοποίηση τῆς μελέτης αὐτῆς χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι τῆς παραγοντικῆς ἀνάλυσης (analyse factorielle). Ἡ παραγοντική ἀνάλυση μαζί μέ τίς τεχνικές τῆς «αὐτόματης ταξινόμησης» (classification automatique) ἀποτελοῦν ἕνα σύνολο μεθόδων, πού στή γλώσσα τῆς στατιστικῆς εἶναι γνωστές μέ τήν ὀνομασία «ἀνάλυση δεδομένων» (analyse des données) (Benzécri, 1971) ἢ καί «πολυδιάστατη στατιστική ἀνάλυση» (analyse statistique multidimensionnelle).

Οἱ μέθοδοι αὐτές, πού χρησιμοποιοῦνται κυρίως γιά τήν ἐπεξεργασία μεγάλων συνόλων ἀριθμητικῶν δεδομένων καί ἐφαρμόζονται χάρη στή χρήση τῶν ἠλεκτρονικῶν ὑπολογιστῶν, ἔχουν σκοπό τήν ἀνίχνευση τῆς πληροφορίας πού κρύβεται στά πολυπληθῆ αὐτά δεδομένα. Αὐτό ἐπιτυγχάνεται μέ τή δημιουργία νέων γεωμετρικῶν ἢ καί ἀριθμητικῶν συνθετικῶν καί εὐκόλα κατανοητῶν παραστάσεων τῆς ἀρχικῆς πληροφορίας (Blackith-Reyment, 1971).

Οἱ τρεῖς μέθοδοι τῆς παραγοντικῆς ἀνάλυσης πού χρησιμοποιήθηκαν ἐδῶ εἶναι ἡ «παραγοντική ἀνάλυση τῶν ἀντιστοιχιῶν» (analyse factorielle des correspondances), ἡ «ἀνάλυση ἑνός πίνακα ἀποστάσεων» (analyse d'un

* Οἱ παραγοντικές ἀναλύσεις τῆς ἐργασίας αὐτῆς πραγματοποιήθηκαν μέ τό μικροπολογιστή τοῦ Ἑθνικοῦ Ἀστεροσκοπεῖου Ἀθηνῶν.

tableau des distances) και ή «διακριτική ανάλυση» (analyse discriminante). Και οί τρεΐς βασίζονται στό λεγόμενο «γεωμετρικό μοντέλο», όπου τό σύνολο τών παρατηρήσεων (ή μετρήσεων) πού πραγματοποιήθηκαν αποτελεί ένα νέφος σημείων σέ ένα χῶρο πολλών διαστάσεων. Κάθε παρατήρηση εΐναι ένα σημείο σέ ένα χῶρο τόσων διαστάσεων ὅσες εΐναι οί μεταβλητές πού μετρήθηκαν.

Ἡ «παραγοντική ανάλυση τών ἀντιστοιχιῶν» εΐναι μία μέθοδος πού ἐπιτρέπει τήν περιγραφή μεγάλων πινάκων δεδομένων διαφόρων τύπων. Ἐπειδή δέ διακρίνει τίς παρατηρήσεις ἀπό τίς μεταβλητές δρᾶ συμμετρικά ὡς πρὸς τίς γραμμές και τίς στήλες τοῦ πίνακα και δίνει ἔτσι τή δυνατότητα τῆς ταυτόχρονης μελέτης τους (Dialétis - Meimarís, 1979). Αυτό ἐπιτυγχάνεται μέ τήν εἰσαγωγή μιᾶς εἰδικῆς ἀπόστασης χ^2 στό χῶρο τών μετρήσεων.

Ἡ «ἀνάλυση ἐνός πίνακα ἀποστάσεων» εΐναι μία μέθοδος πού βασίζεται πάλι στό γεωμετρικό μοντέλο και ἀποτελεΐ μία παραλλαγή τῆς γενικότερης μεθόδου τῆς «ἀνάλυσης σέ κύριες συνιστώσες» (analyse en composantes principales), μέ ἀντικειμενικό σκοπό τήν ἀνάλυση πινάκων μιᾶς εἰδικῆς μορφῆς όπου ή κάθε παρατήρηση συνδέεται μέ τίς ἄλλες μέ μία «ἀπόσταση» μέ τήν τυπολογική ἔννοια τοῦ ὄρου. Ὅσο πῖό πολύ μοιάζουν δύο παρατηρήσεις, τόσο μικρότερη θά εΐναι αὐτή ή ἀπόσταση μεταξύ τους. Σκοπός τῆς μεθόδου εΐναι ή ἀναπαράσταση τών παρατηρήσεων σέ ένα σύστημα ἄξόνων μέ τέτοιο τρόπο, ὥστε νά διατηροῦνται κατά τόν καλύτερο δυνατό τρόπο οί ἀρχικές ἀποστάσεις.

Τέλος, ή «διακριτική ἀνάλυση» εΐναι πάλι μία γεωμετρική μέθοδος πού χρησιμοποιεΐται κυρίως σέ προβλήματα ταξινόμησης και σέ προβλήματα λήψης ἀποφάσεων. Μελετᾶ τή σχέση πού ὑπάρχει μεταξύ μιᾶς ποιοτικῆς μεταβλητῆς και πολλών ποσοτικῶν μεταβλητῶν. Οί τιμές τῆς ποιοτικῆς μεταβλητῆς ἀποτελοῦν τό κριτήριο ταξινόμησης. Σκοπός τῆς μεθόδου εΐναι νά προσδιορίσει τήν ποιότητα τῆς ταξινόμησης πού πραγματοποιεΐται μέ τή βοήθεια τῆς ποιοτικῆς μεταβλητῆς καθώς και νά ἐντοπίσει ποιές ἀπό τίς ποσοτικές μεταβλητές δημιουργοῦν αὐτή τήν ταξινόμηση.

2. Ο ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Ὁ ἀρχικός πίνακας μέ τά χαρακτηριστικά τών παραστάσεων ἔχει 34 γραμμές (μία γιά κάθε παράσταση) και 30 στήλες (μία γιά κάθε μορφολογικό χαρακτηριστικό). Περιέχει λοιπόν 1020 στοιχεΐα. (Λεπτομερειακή περιγραφή του βλ. παραπάνω, σ. 138, Πίν. I). Πρόκειται γιά έναν πίνακα δυαδικῆς μορφῆς, δηλαδή πίνακα πού ἔχει ὡς στοιχεΐα μόνο τούς ἀριθμούς 1 (γιά τήν παρουσία κάποιου χαρακτηριστικοῦ) και 0 (γιά τήν ἀπουσία του).

Ἄν παραστήσουμε τό σύνολο τών 34 παραστάσεων μέ I και τά στοι-

χεϊα του (παραστάσεις) με i ($i=1, 2, \dots, 34$), καθώς και τό σύνολο τών 30 χαρακτηριστικῶν με J καί τά στοιχεῖα του (χαρακτηριστικά) με j ($j=1, 2, \dots, 30$), τότε κάθε στοιχεῖο τοῦ ἀρχικοῦ πίνακα X πού βρίσκεται στήν τομή τῆς γραμμῆς i καί τῆς στήλης j , συμβολίζεται με $x_{i,j}$ ($i=1, 2, \dots, 34$ καί $j=1, 2, \dots, 30$). Ἐτσι γιά παράδειγμα ἂν $x_{5,6}=1$ αὐτό σημαίνει ὅτι στήν πέμπτη παράσταση ἐμφανίζεται τό ἕκτο μορφολογικό χαρακτηριστικό. Ἐνῶ ἂν $x_{21,3}=0$ αὐτό σημαίνει ὅτι στήν εἰκοστή πρώτη παράσταση δέν ἐμφανίζεται τό τρίτο μορφολογικό χαρακτηριστικό.

3. ΟΙ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ

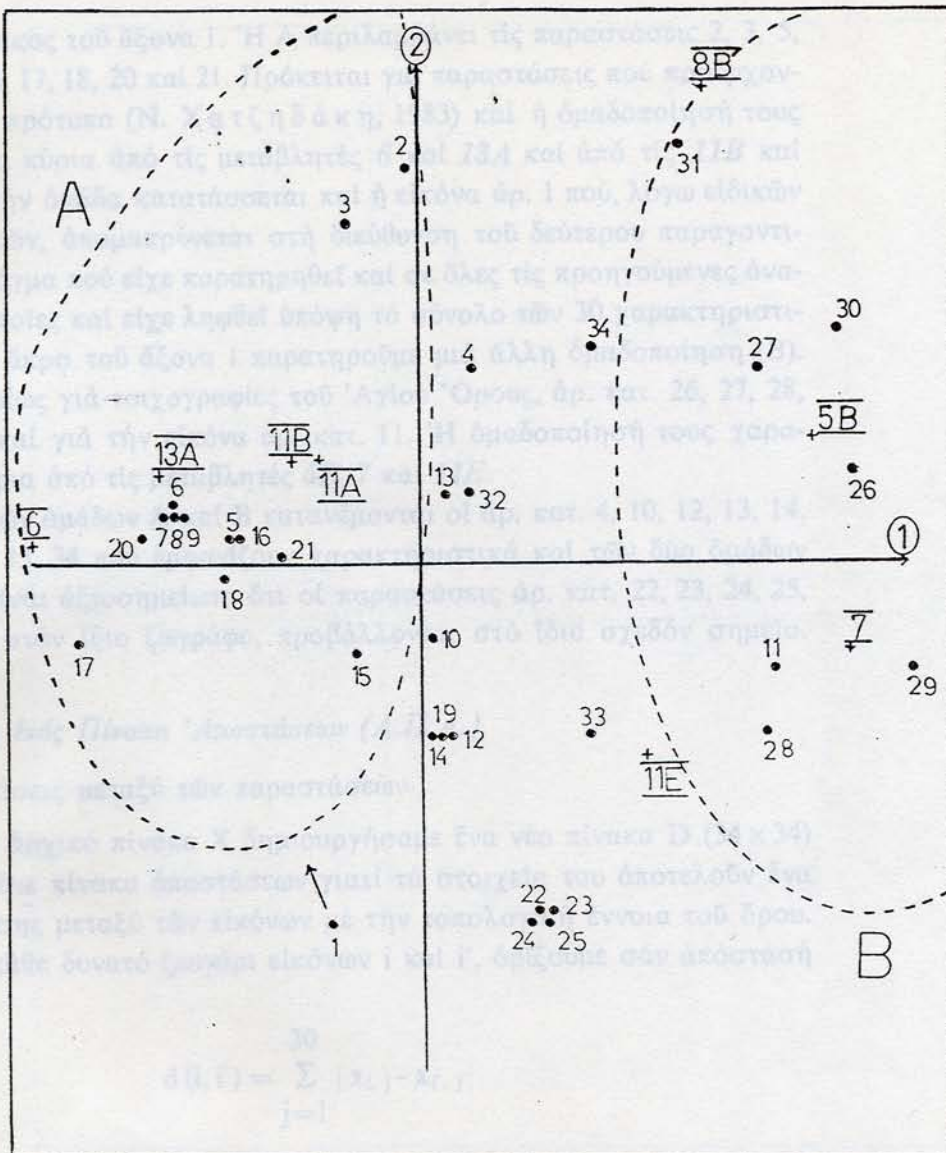
3.1. Παραγοντική Ἀνάλυση τῶν Ἀντιστοιχιῶν (Π.Α.Α.)

Διαδοχικές ἀναλύσεις τοῦ ἀρχικοῦ πίνακα X με τήν Π.Α.Α. ἐπέτρεψαν τόν προσδιορισμό ὀκτώ χαρακτηριστικῶν, τά ὁποῖα παίζουν τόν ἀποφασιστικό ρόλο στίς διαφοροποιήσεις τῶν παραστάσεων στό σύνολο I καί στή δημιουργία ὁμάδων ἀπό αὐτές· δηλαδή τά ὀκτώ αὐτά μορφολογικά χαρακτηριστικά ἐπαρκοῦν γιά τήν ἀναπαράσταση τῶν ὁμαδοποιήσεων πού δημιουργοῦνται ἂν ληφθοῦν ὑπόψη καί τά 30 χαρακτηριστικά. Τά ὀκτώ αὐτά χαρακτηριστικά εἶναι τά παρακάτω:

- 1) Ἡ ὑπαρξη «μικρότερης θεραπευαίνιδας με ριπίδιο» στήν παράσταση (χαρακτηριστικό 6).
- 2) Μιά δευτερεύουσα σκηνή πού παριστάνει τόν «Ἀσπασμό» στήν παράσταση (χαρακτηριστικό 13A).
- 3) «Δύο κτίρια ἀριστερά καί δεξιά στή σύνθεση, τό ἕνα τύπου α'» (χαρακτηριστικό 11A).
- 4) «Δύο κτίρια ἀριστερά καί δεξιά στή σύνθεση, τό ἕνα τύπου β'» (χαρακτηριστικό 11B).
- 5) Ἡ ὑπαρξη «λίχνου καί βρέφους στό πλάι (χαρακτηριστικό 8B).
- 6) «Δύο κτίρια ἀριστερά καί δεξιά στή σύνθεση, ἄλλου τύπου» (χαρακτηριστικό 11E).
- 7) Τό χαρακτηριστικό «ἄλλη κοπέλα» (7).
- 8) Τό χαρακτηριστικό «δύο κοπέλες» (5B).

Ἡ τελική Π.Α.Α. γίνεται σέ ἕνα νέο πίνακα X' πού προέρχεται ἀπό τόν ἀρχικό X ἂν παραληφθοῦν ὅλα τά χαρακτηριστικά (στήλες) ἐκτός ἀπό τά 8 προηγούμενα. Πρόκειται λοιπόν γιά ἕναν πίνακα με 34 γραμμές καί 8 στήλες, πού σύμφωνα με αὐτά πού εἶπαμε παραπάνω περιέχει τήν ἴδια σχεδόν πληροφορία με τόν ἀρχικό X (δηλαδή τά 1020 στοιχεῖα τοῦ X «ἀντικαταστάθηκαν» ἀπό τά 272 τοῦ X').

Στήν Εἰκ. 1 παρουσιάζεται ἡ γεωμετρική παράσταση τῆς σύγχρονης



Εικ. 1. Προβολή στο πρώτο παραγοντικό επίπεδο (άξονες 1 και 2) των σημείων που αντιστοιχούν στις 34 παραστάσεις και τα 8 μορφολογικά χαρακτηριστικά (Παραγοντική Ανάλυση Αντιστοιχιών).

προβολής στο πρώτο παραγοντικό επίπεδο (άξονες 1 και 2) των σημείων που αντιστοιχούν τόσο στις 34 παραστάσεις όσο και στα 8 χαρακτηριστικά. Η παράσταση αυτή είναι η καλύτερη δυνατή «άποψη» που μπορεί να έχουμε για την πολυδιάστατη πραγματικότητα των στοιχείων του πίνακα X' σε ένα χώρο διαστάσεως 2 (επίπεδο).

Διακρίνουμε δύο κύριες ομάδες παραστάσεων A και B, κατανεμημένες

κυρίως κατά μήκος του άξονα 1. Η Α περιλαμβάνει τις παραστάσεις 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 15, 16, 17, 18, 20 και 21. Πρόκειται για παραστάσεις που προέρχονται από κοινό πρότυπο (N. Χατζηδάκη, 1983) και η ομαδοποίησή τους χαρακτηρίζεται κύρια από τις μεταβλητές 6 και 13Α και από τις 11B και 11Α. Σ' αυτή την ομάδα κατατάσσεται και η εικόνα αρ. 1 που, λόγω ειδικών χαρακτηριστικών, απομακρύνεται στη διεύθυνση του δεύτερου παραγοντικού άξονα, πράγμα που είχε παρατηρηθεί και σε όλες τις προηγούμενες ανάλυσεις, στις οποίες και είχε ληφθεί υπόψη το σύνολο των 30 χαρακτηριστικών. Στο δεξί άκρο του άξονα 1 παρατηρούμε μία άλλη ομαδοποίηση (B). Πρόκειται κυρίως για τοιχογραφίες του 'Αγίου Όρους, αρ. κατ. 26, 27, 28, 29, 30 καθώς και για την εικόνα αρ. κατ. 11. Η ομαδοποίησή τους χαρακτηρίζεται κύρια από τις μεταβλητές 5B, 7 και 11E.

Μεταξύ των ομάδων Α και Β κατανέμονται οι αρ. κατ. 4, 10, 12, 13, 14, 22, 23, 24, 25, 33, 34 που εμφανίζουν χαρακτηριστικά και των δύο ομάδων συγχρόνως. Είναι αξιοσημείωτο ότι οι παραστάσεις αρ. κατ. 22, 23, 24, 25, που ανήκουν στον ίδιο ζωγράφο, προβάλλονται στο ίδιο σχεδόν σημείο.

3.2. 'Ανάλυση ενός Πίνακα 'Αποστάσεων (Α.Π.Α.)

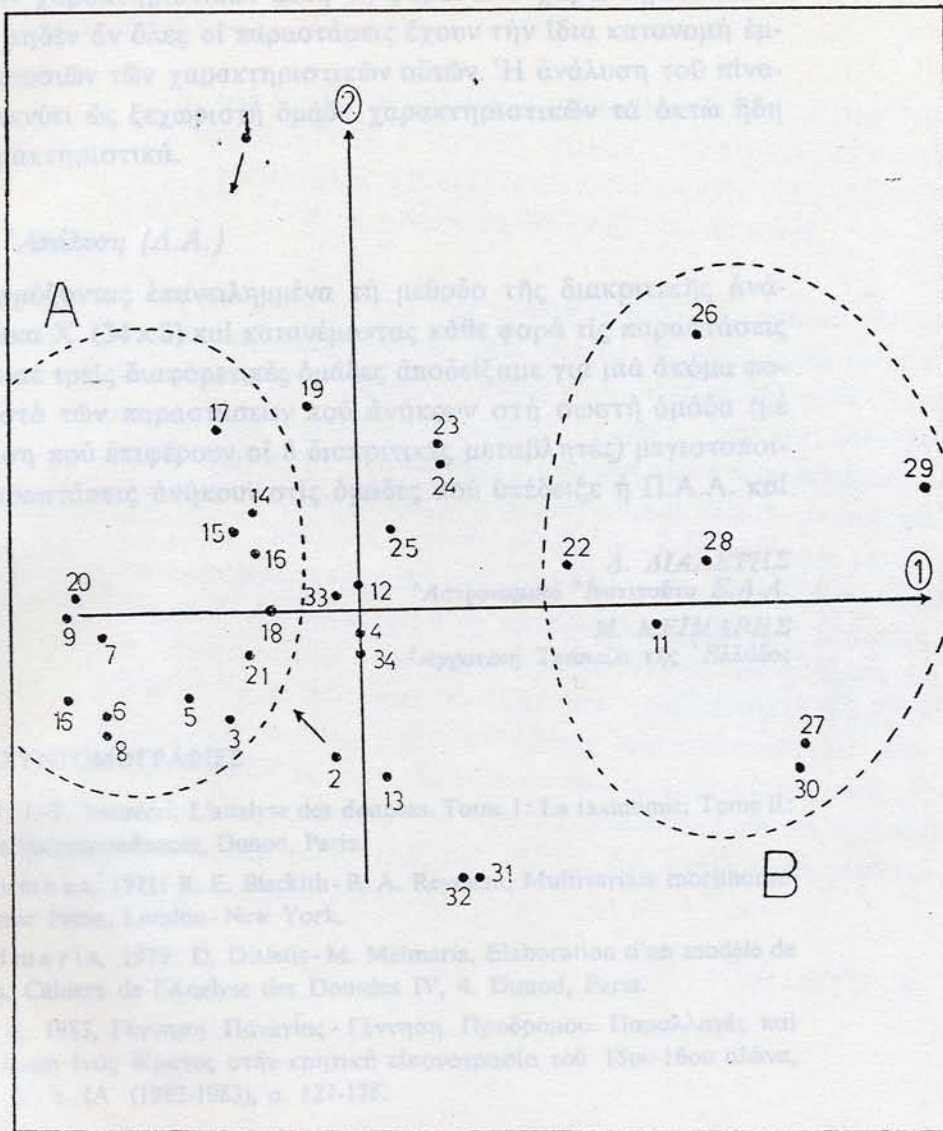
3.2.α. 'Αποστάσεις μεταξύ των παραστάσεων

'Από τον αρχικό πίνακα Χ δημιουργήσαμε ένα νέο πίνακα D (34×34) που θα τον λέμε πίνακα αποστάσεων γιατί τα στοιχεία του αποτελούν ένα είδος απόστασης μεταξύ των εικόνων με την τοπολογική έννοια του όρου. Δηλαδή για κάθε δυνατό ζευγάρι εικόνων i και i' , ορίζουμε σαν απόστασή τους τό:

$$d(i, i') = \sum_{j=1}^{30} |x_{i,j} - x_{i',j}|$$

Ίσχυει βέβαια ότι $d(i, i') = 0$ εφόσον $x_{i,j} = x_{i',j}$ για κάθε $j=1, 2, \dots, 30$. Δηλαδή μόνο δύο παραστάσεις που έχουν ίδια όλα τους τα χαρακτηριστικά έχουν απόσταση ίση προς τό μηδέν.

Με βάση έναν τέτοιο όρισμό απόστασης, δύο παραστάσεις θα «μοιάζουν» περισσότερο όσο μικρότερη είναι η απόστασή τους. Ο πίνακας D είναι συμμετρικός ως προς τή διαγώνιό του γιατί βέβαια είναι: $d(i, i') = d(i', i)$ για κάθε $i, i'=1, 2, \dots, 34$. Κάθε στοιχείο τής διαγωνίου θα είναι μηδέν γιατί $d(i, i) = 0$ σαν απόσταση τής παράστασης i με τον εαυτό της. 'Εκτός από τό ότι ο πίνακας των αποστάσεων D προσφέρει αυτός καθαυτός ουσιαστική πληροφορία για τις ομαδοποιήσεις των εικόνων, η παραγοντική ανάλυσή του επιβεβαιώνει τις ομαδοποιήσεις που προέκυψαν από τήν Π.Α.Α.



Εικ. 2. Προβολή στο πρώτο παραγοντικό επίπεδο (άξονες 1 και 2) των σημείων που αντιστοιχούν στις 34 παραστάσεις ('Ανάλυση ενός Πίνακα 'Αποστάσεων).

Στήν Εικ. 2 παρουσιάζεται η γεωμετρική παράσταση της προβολής στο πρώτο παραγοντικό επίπεδο (άξονες 1 και 2) των σημείων που αντιστοιχούν στις 34 παραστάσεις. Διακρίνονται βέβαια πάλι οι ίδιες ομάδες.

3.2.β. 'Αποστάσεις μεταξύ των μορφολογικών χαρακτηριστικών

Κατά τον ίδιο τρόπο και με τον ίδιο τύπο απόστασης δημιουργήσαμε από τον αρχικό πίνακα Χ έναν πίνακα αποστάσεων D' (30 × 30), μεταξύ των

30 μορφολογικῶν χαρακτηριστικῶν αὐτῆ τῆ φορά. Δύο χαρακτηριστικά ἔχουν ἀπόσταση μηδέν ἂν ὅλες οἱ παραστάσεις ἔχουν τὴν ἴδια κατανομή ἐμφανίσεων καὶ ἀπουσιῶν τῶν χαρακτηριστικῶν αὐτῶν. Ἡ ἀνάλυση τοῦ πίνακα αὐτοῦ ὑποδεικνύει ὡς ξεχωριστὴ ὁμάδα χαρακτηριστικῶν τὰ ὀκτώ ἤδη γνωστά μας χαρακτηριστικά.

3.3. Διακριτικὴ Ἀνάλυση (Δ.Α.)

Τέλος, ἐφαρμόζοντας ἐπανειλημμένα τὴ μέθοδο τῆς διακριτικῆς ἀνάλυσης στὸν πίνακα Χ' (34×8) καὶ κατανέμοντας κάθε φορά τὶς παραστάσεις μὲ τυχαῖο τρόπο σὲ τρεῖς διαφορετικὲς ὁμάδες ἀποδείξαμε γιὰ μιὰ ἀκόμα φορά ὅτι τὸ ποσοστὸ τῶν παραστάσεων ποῦ ἀνήκουν στὴ σωστὴ ὁμάδα (μὲ βάση τὴ διάκριση ποῦ ἐπιφέρουν οἱ 8 διακριτικὲς μεταβλητὲς) μεγιστοποιεῖται ὅταν οἱ παραστάσεις ἀνήκουν στὶς ὁμάδες ποῦ ὑπέδειξε ἡ Π.Α.Α. καὶ ἡ Α.Π.Α.

Δ. ΔΙΑΛΕΤΗΣ

Ἀστρονομικὸ Ἰνστιτούτο Ε.Α.Α.

Μ. ΜΕΙΜΑΡΗΣ

Ἀγροτικὴ Τράπεζα τῆς Ἑλλάδος

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ-ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

- Benzécri, 1971: J.-P. Benzécri, L'analyse des données. Tome I: La taxinomie; Tome II: L'analyse des correspondances, Dunod, Paris.
- Blackith-Reyment, 1971: R. E. Blackith-R. A. Reyment, Multivariate morphometrics. Academic Press, London-New York.
- Dialétis-Meïmaris, 1979: D. Dialétis-M. Meïmaris, Elaboration d'un modèle de segmentation, Cahiers de l'Analyse des Données IV, 4. Dunod, Paris.
- Ν. Χατζηδάκη, 1983, Γέννηση Παναγίας - Γέννηση Προδρόμου. Παραλλαγές καὶ ἀποκρυστάλλωση ἑνὸς θέματος στὴν κρητικὴ εἰκονογραφία τοῦ 15ου-16ου αἰῶνα, ΔΧΑΕ, περ. Δ', τ. ΙΑ' (1982-1983), σ. 127-178.

R É S U M É

ÉVALUATION D'UNE TAXINOMIE DE L'ICONOGRAPHIE
BYZANTINE D'APRÈS QUELQUES CARACTÉRISTIQUES
FORMELS. TRAITEMENT DES DONNÉES RELATIVES
AUX 34 REPRÉSENTATIONS

Cette étude porte sur la possibilité de l'utilisation des méthodes de l'analyse des données pour la taxinomie de 34 représentations étudiées par Th. Chatzidakis dans l'article, d'origine et de datation différente, d'après un nombre restreint de caractéristiques formels. Le tableau principal des données comportait 34 lignes et 30 colonnes qui correspondent respectivement aux 34 représentations et aux 30 caractéristiques choisis pour la description de chacune (Th. Chatzidakis, sch. I). Pour l'étude de ce tableau nous avons utilisé l'analyse factorielle des correspondances (Fig. 1). Les regroupements obtenus correspondent aux variantes d'un modèle iconographique commun. Pour tester ces regroupements nous avons créé un tableau des distances qui calcule le degré de similitude entre les différentes représentations (Fig. 2). L'analyse de ce tableau met au point les mêmes regroupements. En plus nous avons montré qu'un nombre restreint de huit caractéristiques suffit pour l'évaluation de cette taxinomie. La valeur discriminante de ces huit caractéristiques (traits 6, 13A, 11A, 11B, 8B, 11E, 7, 5B) a été confirmée par la méthode de l'analyse discriminante.

D. DIALÉTIS - M. ΜΕΪΜΑΡΗΣ